



ce
pre
UNI

Trigonometría

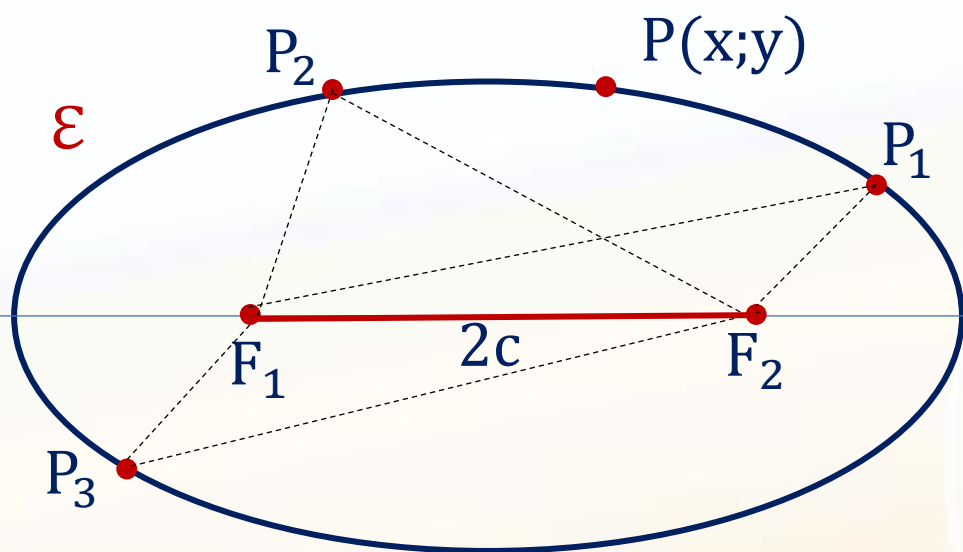
LA ELIPSE

**CICLO
PRE
2024 - I**



DEFINICIÓN

Es el lugar geométrico de todos los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados **focos**, es constante denotada por $2a$.



Si tenemos los puntos del plano P_1, P_2 y P_3 ; tales que:

$$d(P_1; F_1) + d(P_1; F_2) = 2a$$

$$d(P_2; F_1) + d(P_2; F_2) = 2a$$

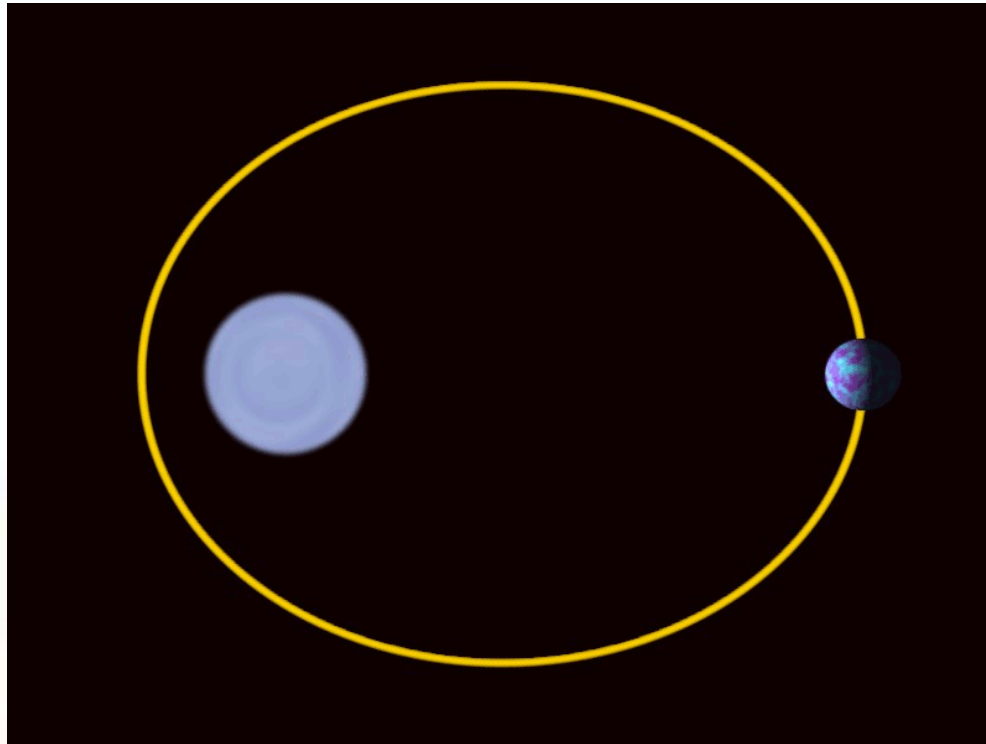
$$d(P_3; F_1) + d(P_3; F_2) = 2a$$

De esta forma definimos la curva denominada elipse $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E} = \{P \in \mathbb{R}^2 : d(P; F_1) + d(P; F_2) = 2a\}$$

I. APLICACIONES REALES DE LA ELIPSE

Astronomía



Órbitas elípticas

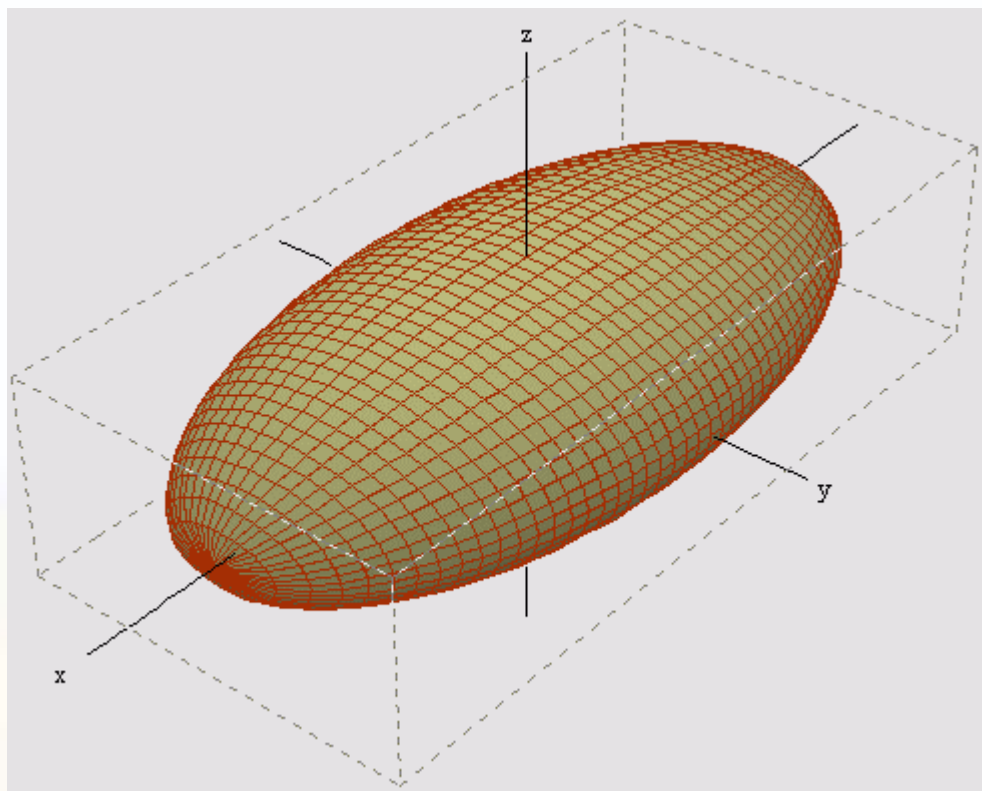
Arquitectura



Banco Central de Islas Mauricio



Matemáticas



Elipsoide

Ingeniería civil



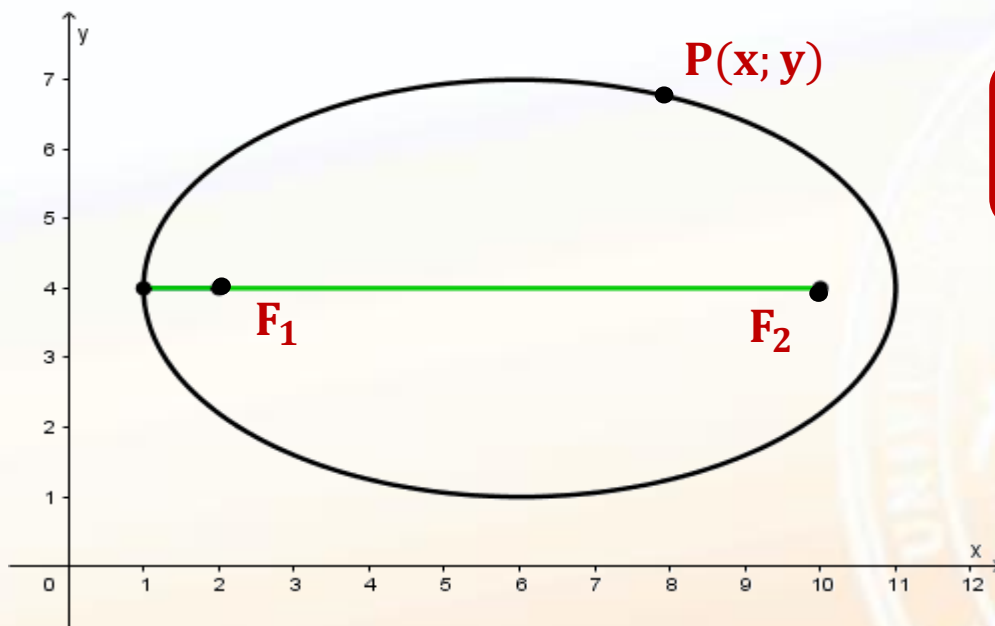
Ventanas elipsoidales

II. CONSTRUCCIÓN DE UNA ELIPSE

Existen varias formas de construir una elipse, uno de ellos es:

* Método del jardinero:

Se basa en la definición ordinaria de una elipse, utilizando una cuerda de longitud igual a $2a$; y dos puntos fijos.



$$d(P; F_1) + d(P; F_2) = 2a$$

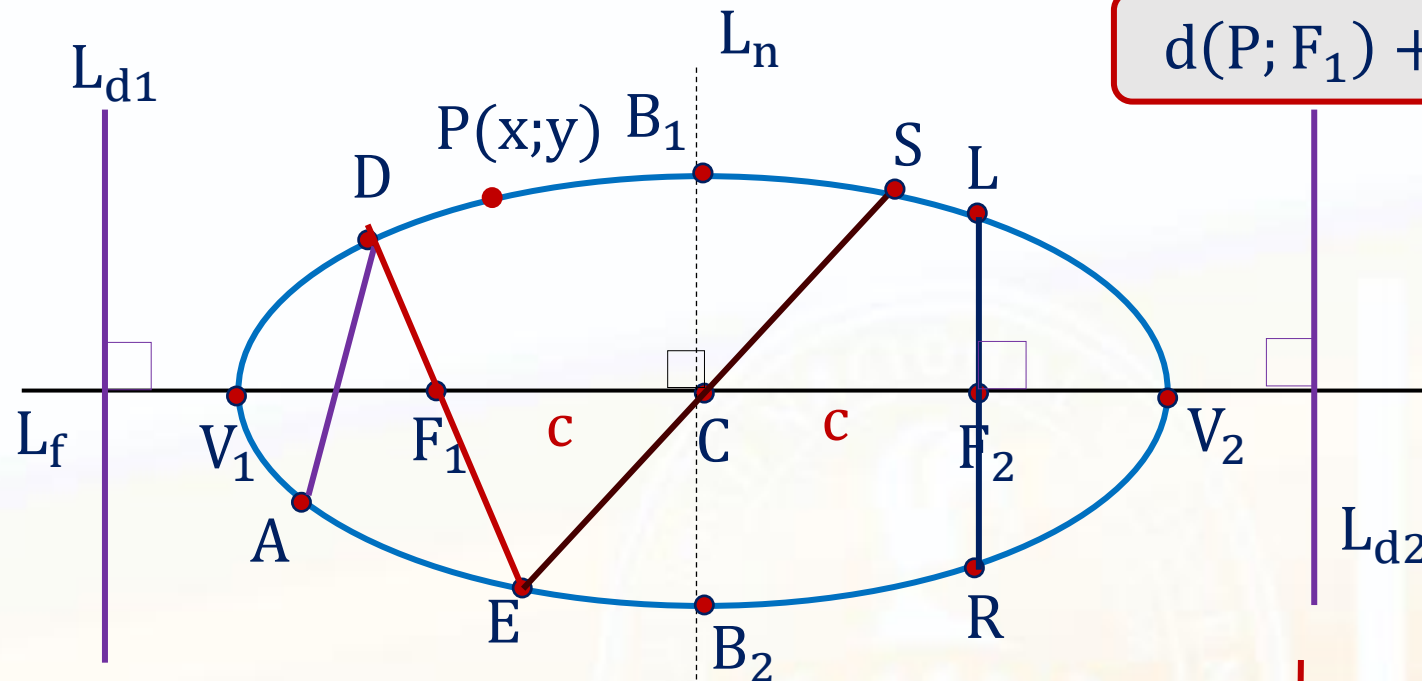
Otros métodos son: el método de radio vectores, método de la tarjeta o compás de Arquímedes, método del paralelogramo, el método de haces proyectivos.

Visite: https://www.youtube.com/watch?v=BKhF5FDRbIY&ab_channel=educale.com

II. ELEMENTOS ASOCIADOS A UNA ELIPSE

Dada la elipse $\mathcal{E}$, con focos F_1 y F_2 , cuyos puntos P cumplen:

$$d(P; F_1) + d(P; F_2) = 2a$$



Reconoceremos:

- * $d(F_1; F_2) = 2c$ (Distancia focal)
- * L_f : eje focal
- * C : centro de la elipse
- * $d(C; F_1) = d(C; F_2) = c$

- * V_1 y V_2 : vértices
- * $\overline{V_1 V_2}$: Eje mayor
- * L_n : eje normal
- * $\overline{B_1 B_2}$: Eje menor
- * L_{d1} y L_{d2} :
rectas directrices

- * $\overline{AD}$: Cuerda
- * $\overline{DE}$: Cuerda focal
- * $\overline{ES}$: Diámetro
- * $\overline{LR}$: Lado recto

IV. CONSIDERACIONES

En la elipse mostrada:

i) Siendo C el punto medio de $\overline{F_2F_1}$:

$$\mathbf{d(C; F_1) = d(C; F_2) = c}$$

ii) Como V_1 pertenece a la elipse:

$$\begin{aligned} d(V_1; F_2) + d(V_1; F_1) &= 2a \\ d(V_1; F_2) - d(V_1; F_1) &= 2c \end{aligned} \quad (+)$$

$$2d(V_1; F_2) = 2a + 2c$$

$$d(V_1; F_2) = a + c \Rightarrow \mathbf{d(C; V_1) = a}$$

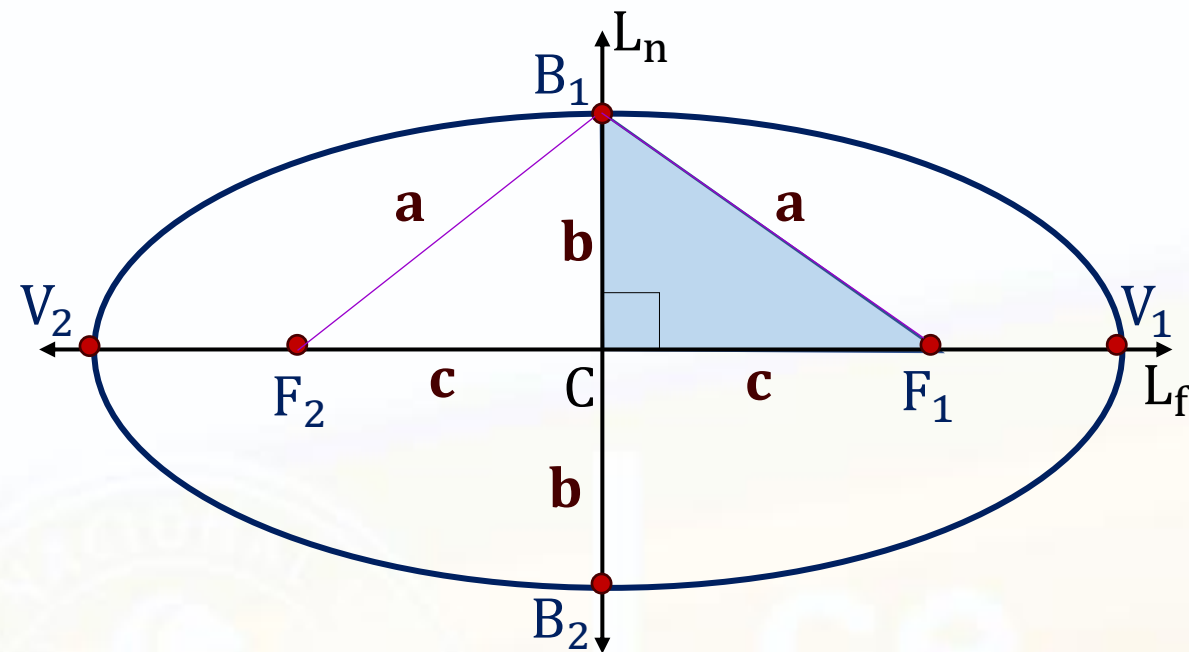
$$\therefore \mathbf{d(V_1; V_2) = 2a}$$

iii) Como B_1 pertenece a la elipse:

$$d(B_1; F_2) + d(B_1; F_1) = 2a$$

$$2d(B_1; F_1) = 2a$$

$$\mathbf{d(B_1; F_1) = a}$$



iv) Sea: $d(C; B_1) = d(C; B_2) = b$

$$\therefore \mathbf{d(B_1; B_2) = 2b}$$

v) $\triangle B_1CF_1$: $\mathbf{b^2 + c^2 = a^2}$

IV.1 LONGITUD DEL LADO RECTO DE UNA ELIPSE:

En la elipse mostrada:

Trazamos el lado recto $\overline{LR}$:

Sea: $LF_2 = F_2R = h$

Note que: $LF_1 = \sqrt{h^2 + 4c^2}$

Como L pertenece a la elipse:

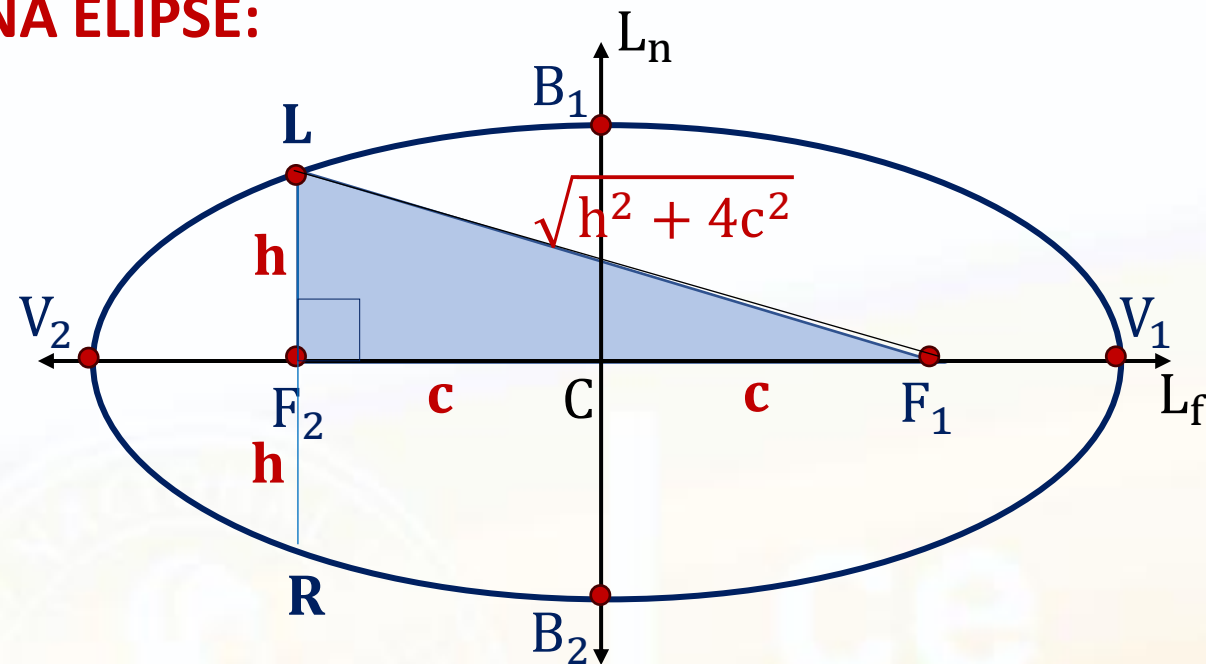
$$d(L; F_2) + d(L; F_1) = 2a$$

$$\Rightarrow h + \sqrt{h^2 + 4c^2} = 2a \Rightarrow \sqrt{h^2 + 4c^2} = 2a - h$$

$$\Rightarrow h^2 + 4c^2 = 4a^2 - 4ah + h^2$$

$$\Rightarrow ah = a^2 - c^2 \Rightarrow ah = b^2 \Rightarrow h = \frac{b^2}{a}$$

$$\therefore LR = 2h = \frac{2b^2}{a}$$



IV.2 CÁLCULO DE LA EXCENTRICIDAD UNA ELIPSE:

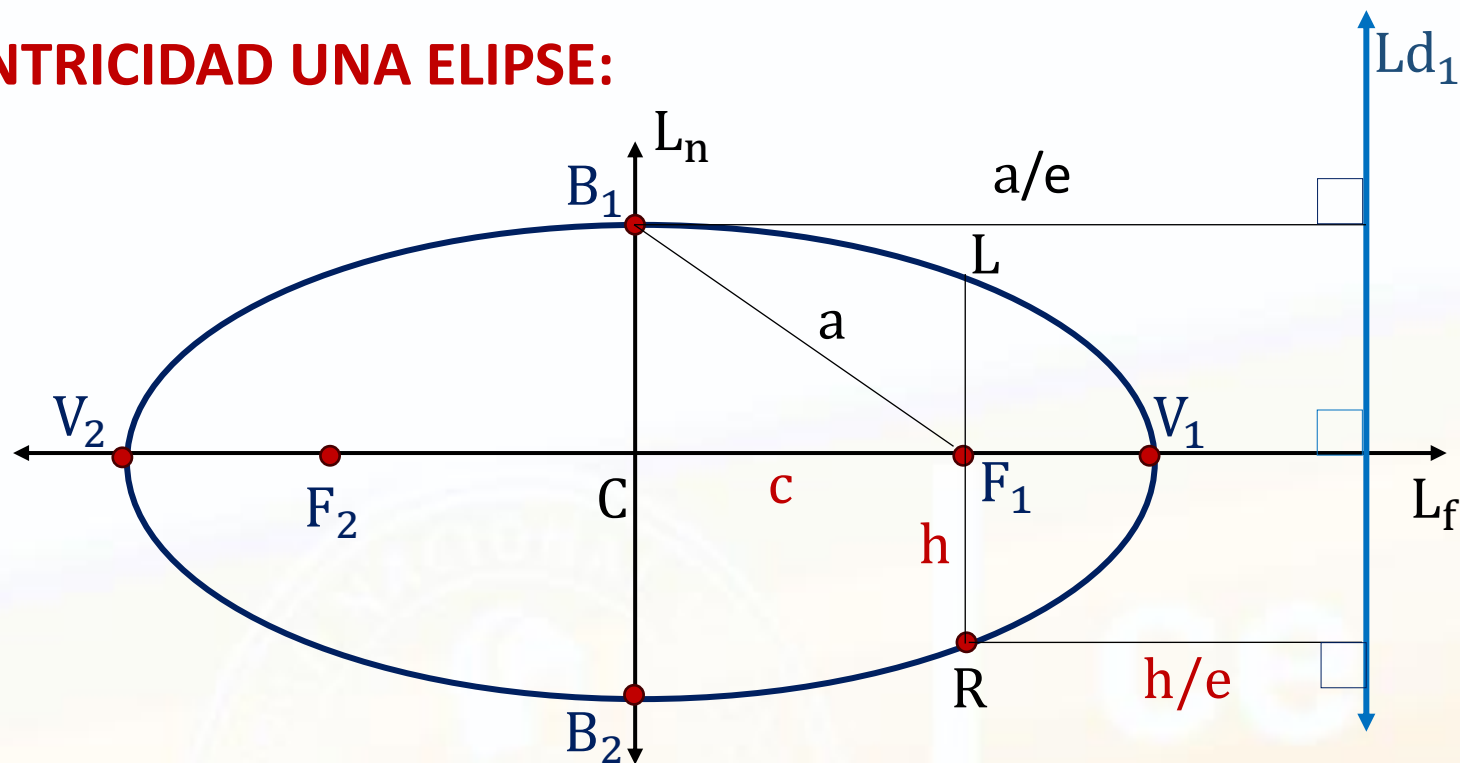
En la elipse mostrada:

Como: $d(B_1; F_1) = a$

$$\Rightarrow d(B_1; Ld_1) = \frac{a}{e}$$

Como: $d(F_1; R) = h$

$$\Rightarrow d(R; Ld_1) = \frac{h}{e}$$



Se observa que: $\frac{h}{e} + c = \frac{a}{e} \Rightarrow h + ec = a \Rightarrow ec = a - \frac{b^2}{a} \Rightarrow ec = \frac{a^2 - b^2}{a}$

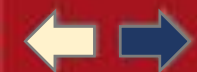
$$\Rightarrow ec = \frac{c^2}{a}$$

$$\therefore e = \frac{c}{a}$$

Como: $a > c \Rightarrow 0 < e < 1$

Note además que:

$$d(C; Ld_1) = d(C; Ld_2) = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c}$$

**APLICACIÓN 01 (PROBLEMA 255)**

En una elipse, el área de la región triangular formada por uno de los extremos del lado recto y los focos es $4u^2$, y el área de la región triangular formada por uno de los extremos del eje menor y los focos es $5u^2$. Calcule el valor de la excentricidad de la elipse.

A) $\frac{2}{5}$

B) $\frac{3}{5}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{4}{5}$

E) $\frac{5}{6}$

CLAVE: B



APLICACIÓN 02

Desde uno de los focos de una elipse se divide el lado recto (en el otro foco) bajo un ángulo de medida 37° . Halle la relación (aproximada) entre la longitud del eje mayor y la longitud del eje menor.

A) $\sqrt{\frac{\sqrt{10} + 1}{2}}$

B) $\sqrt{\frac{\sqrt{10} + 1}{3}}$

C) $\sqrt{\frac{\sqrt{10} - 1}{2}}$

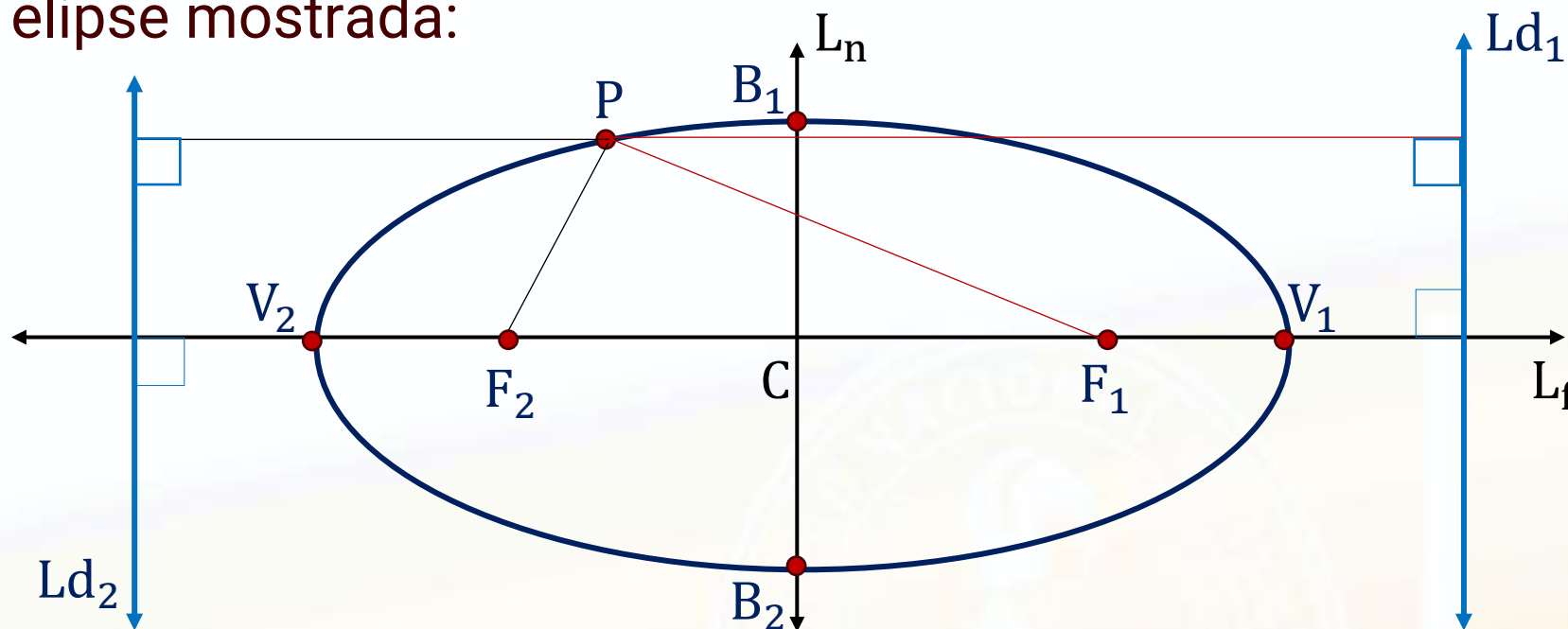
D) $\sqrt{\frac{\sqrt{10} + 1}{3}}$

E) $\frac{\sqrt{\sqrt{10} + 1}}{2}$

CLAVE: A

IV.3 RECTAS DIRECTRICES DE UNA ELIPSE:

En la elipse mostrada:



$$\forall P \in E: \frac{d(P; F_2)}{d(P; L_{d_2})} = \frac{d(P; F_1)}{d(P; L_{d_1})} = e$$

e: excentricidad de la elipse

APLICACIÓN 03

Dada una elipse con excentricidad igual a $\sqrt{6}/3$. Halle la distancia entre sus rectas directrices si se sabe que la distancia focal de la elipse es de 12 u.

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

CLAVE: D**APLICACIÓN 04**

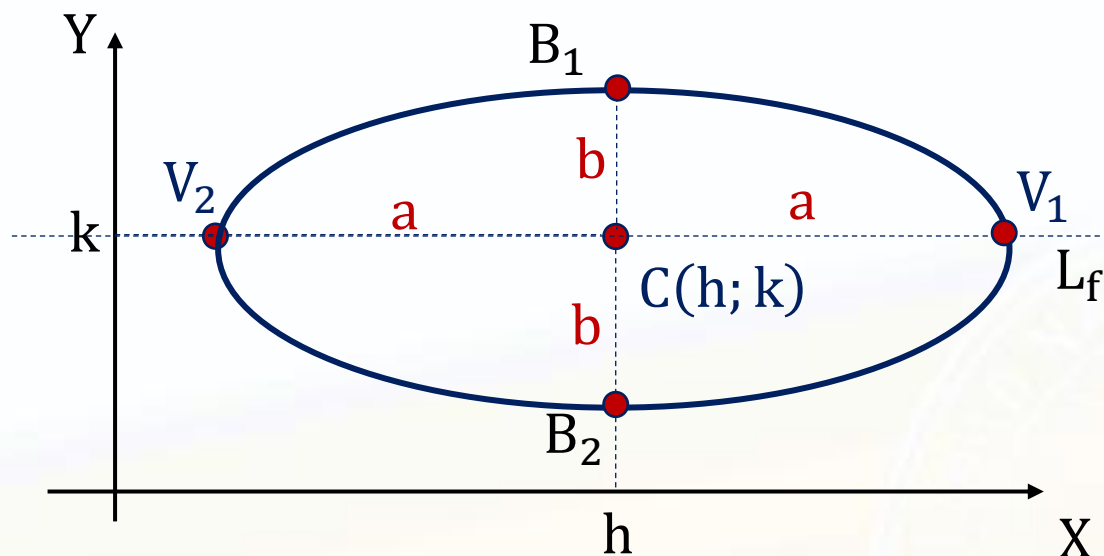
Los focos de una elipse son los puntos $(-2; 3)$ y $(-2; 9)$ y uno de los extremos del eje mayor está en la recta $3x - y + 7 = 0$. Determine la longitud del lado recto.

- A) 5,2 B) 5,4 C) 5,6 D) 6 E) 6,4

CLAVE: E

V. ECUACIÓN ORDINARIA DE UNA ELIPSE

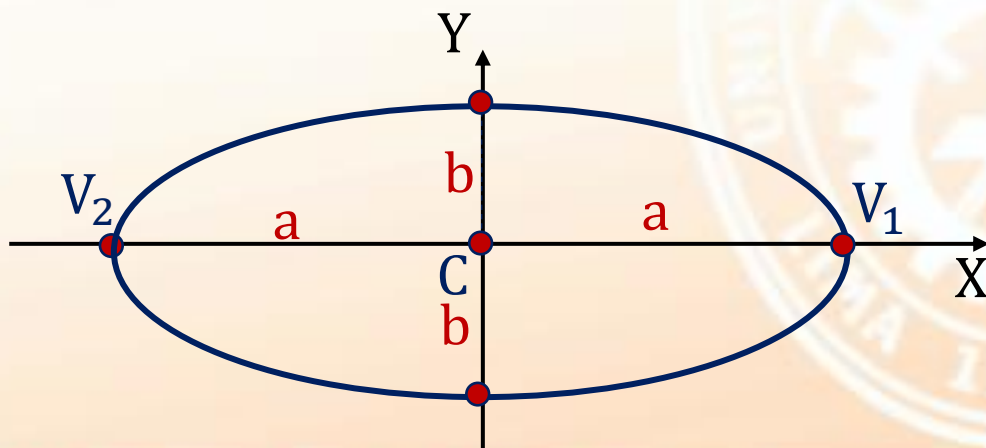
V.1 Eje focal paralelo al eje de abscisas, centro $C(h; k)$ y ejes mayor y menor de longitudes $2a$ y $2b$, respectivamente.



$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

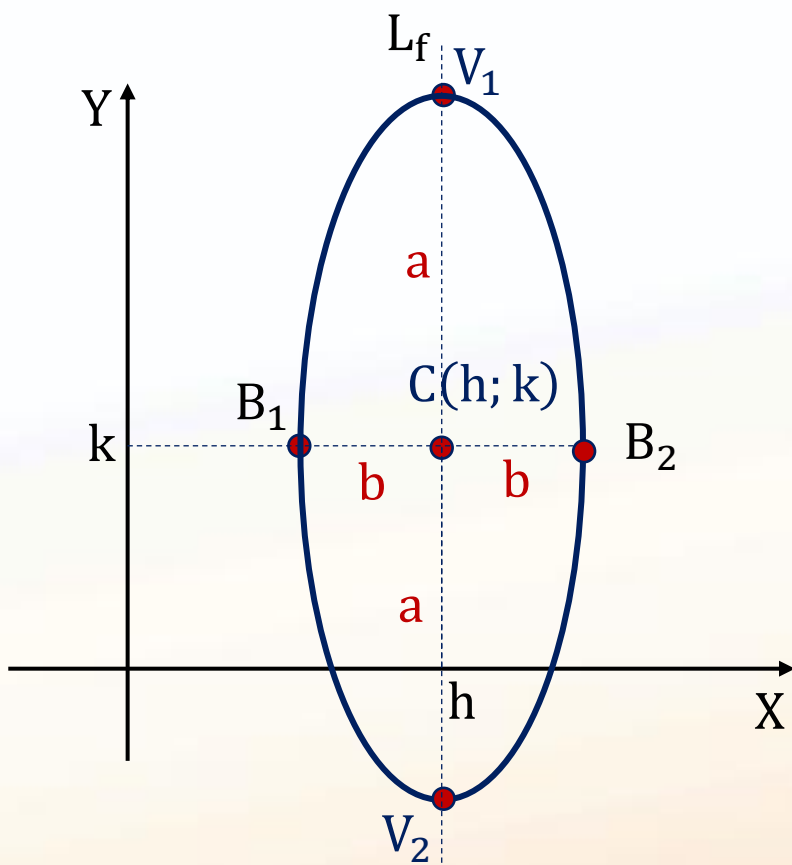
$(a > b)$

Nota: Si el centro de la elipse es $C = (0,0)$, se le llama **elipse canónica**



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

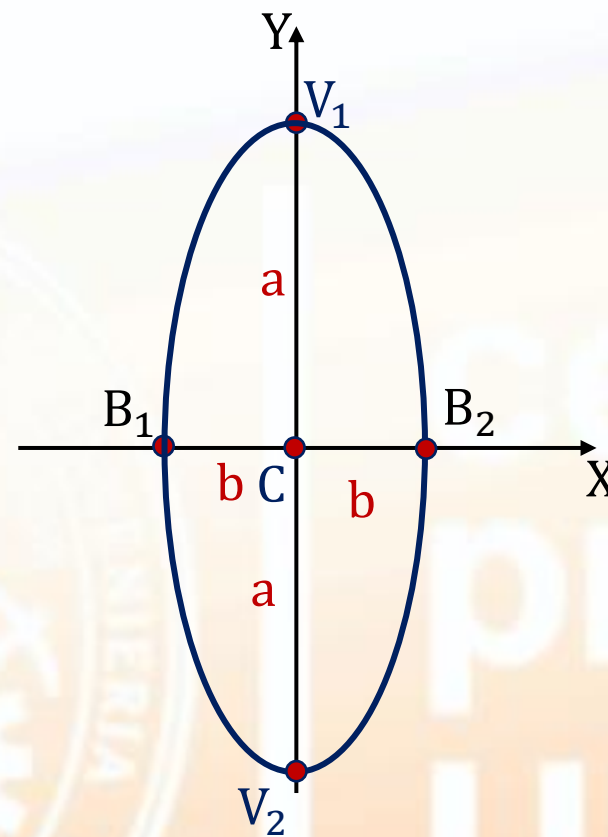
V.2 Eje focal paralelo al eje de ordenadas, centro en $C(h; k)$.



$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$

Nota:

Si el centro de la elipse es $C = (0,0)$, se le llama **elipse canónica**.



$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

**APLICACIÓN 05**

Determine la ecuación de la elipse cuya directriz es la recta de ecuación $y+1=0$, su foco respectivo es el punto $(-3;4)$ y la excentricidad es $\frac{2}{3}$.

A) $\frac{(x-6)^2}{36} + \frac{(y+2)^2}{20} = 1$

B) $\frac{(x-8)^2}{20} + \frac{(y+6)^2}{36} = 1$

C) $\frac{(x+3)^2}{20} + \frac{(y-8)^2}{36} = 1$

D) $\frac{(x-10)^2}{36} + \frac{(y-4)^2}{25} = 1$

E) $\frac{(x-6)^2}{36} + \frac{(y+3)^2}{20} = 1$

CLAVE: C

**APLICACIÓN 06**

Determine la ecuación de la elipse con centro en el origen de coordenadas, si la distancia entre sus directrices perpendiculares al eje de las abscisas es $(\frac{50}{3})u$ y la distancia focal es $12u$.

- A) $7x^2 + 25y^2 = 350$
- B) $25x^2 + 7y^2 = 350$
- C) $14x^2 + 25y^2 = 350$
- D) $25x^2 + 14y^2 = 350$
- E) $50x^2 + 7y^2 = 350$

CLAVE: A

**APLICACIÓN 07**

Los focos de una elipse son: $F_1(4;-2)$ y $F_2(-2;-2)$. Determine la ecuación de dicha elipse, si uno sus vértices estan sobre la recta L: $x-y-8=0$.

- A) $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$ B) $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ C) $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$
D) $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$ E) $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{18} = 1$

APLICACIÓN 08

Sea la ecuación de la elipse

$$\varepsilon: \frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

que pasa por el punto $P(9; 7)$ y
sus focos son los puntos:

$$F_1(-3; 2) \text{ y } F_2(21; 2).$$

Determine: $a + b + h + k$

A) 26

B) 27

C) 28

D) 29

E) 30

CLAVE: D



APLICACIÓN 09

Determine la ecuación de la elipse de la forma $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, sabiendo que la distancia entre sus directrices es $\frac{49\sqrt{10}}{10}$ y su excentricidad es $\frac{2\sqrt{10}}{7}$.

A) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$

B) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$

C) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{7} = 1$

D) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

E) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

CLAVE: A



VII. ECUACIÓN GENERAL DE UNA ELIPSE

Una ecuación de la forma: $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ($A \neq C; A \text{ y } C > 0$)

puede **representar una elipse**, para notar ello, debemos llevarla a su forma ordinaria:

$$A\left(x^2 + \frac{D}{A}x\right) + C\left(y^2 + \frac{E}{C}y\right) = -F$$

$$A\left(x^2 + \frac{D}{A}x + \frac{D^2}{4A^2}\right) + C\left(y^2 + \frac{E}{C}y + \frac{E^2}{4C^2}\right) = -F + \frac{D^2}{4A} + \frac{E^2}{4C} = \frac{CD^2 + AE^2 - 4ACF}{4AC}$$

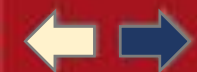
$$\frac{\left(x + \frac{D}{2A}\right)^2}{C} + \frac{\left(y + \frac{E}{2C}\right)^2}{A} = \frac{\overbrace{CD^2 + AE^2 - 4ACF}^M}{4A^2C^2} \dots (1)$$

Tenemos:

Si $M > 0$, la ecuación (1) representa una elipse con centro en $Q\left(-\frac{D}{2A}; -\frac{E}{2C}\right)$

Si $M = 0$, la ecuación (1) representa un punto. Este punto es $Q\left(-\frac{D}{2A}; -\frac{E}{2C}\right)$

Si $M < 0$, la ecuación (1) **no tiene representación** en el plano cartesiano.



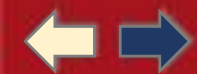
APLICACIÓN 10 – UNI 2016-2

Determine las coordenadas del foco de coordenadas positivas de la elipse:

$$4x^2 + y^2 - 8x + 4y = 8.$$

- A) $(1; -2 - 2\sqrt{3})$ B) $(1; -2 + 2\sqrt{3})$
C) $(1; 2 + 2\sqrt{3})$ D) $(1; 4 - 2\sqrt{3})$
E) $(1; 4 + 2\sqrt{3})$

CLAVE: B

**APLICACIÓN 11**

La ecuación de una elipse, con centro $(h; k)$ es $\mathcal{E}: x^2 + 9y^2 - 24x - 54y + 189 = 0$.
Calcule el valor de $h - 4k$.

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2 **CLAVE: C**

**APLICACIÓN 12**

Sea la ecuación de la elipse $9x^2 + 4y^2 + 54x + 40y + 145 = 0$. Calcule la distancia del centro de la elipse al origen de coordenadas.

A) $2\sqrt{3}$

B) $3\sqrt{5}$

C) $\sqrt{22}$

D) $\sqrt{34}$

E) $5\sqrt{2}$

CLAVE: D

APLICACIÓN 13

Dada la elipse: $16x^2 + 9y^2 - 32x + 36y - 92 = 0$, calcule su excentricidad.

A) $\frac{2}{5}$

B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

E) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

RESOLUCIÓN

Ordenando la ecuación: $\underline{16x^2} + \underline{9y^2} - \underline{32x} + \underline{36y} - 92 = 0$

$$16(x^2 - 2x) + 9(y^2 + 4y) - 92 = 0$$

$$16(x^2 - 2x + 1) + 9(y^2 + 4y + 4) = 92 + 16 + 36$$

$$16(x - 1)^2 + 9(y + 2)^2 = 144 \Rightarrow \frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{(y + 2)^2}{16} = 1$$

Centro: C(1; -2)

Eje focal $\parallel$ eje Y

$a = 4$

$b = 3$

$c = \sqrt{7}$

$$\therefore e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

CLAVE: E

VIII. RECTA TANGENTE A UNA ELIPSE

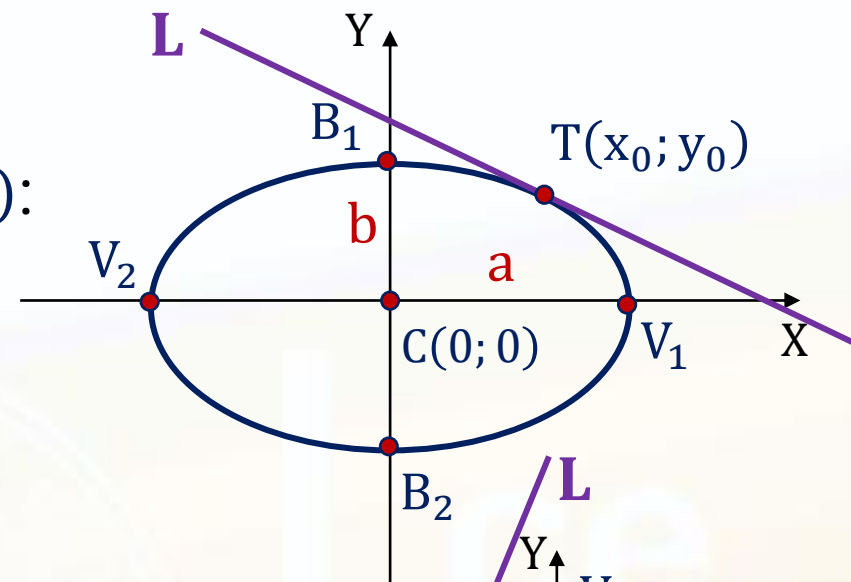
A) Dada la elipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Y la recta L tangente a ella en el punto $(x_0; y_0)$:

Se cumple:

$$m_L = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}$$

$$L: \frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$$



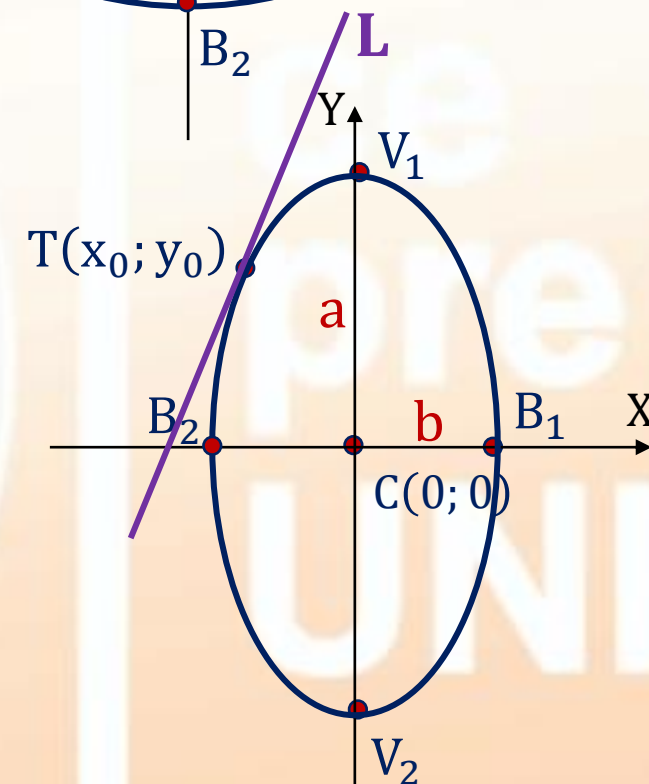
B) Dada la elipse: $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

Y la recta L tangente a ella en el punto $(x_0; y_0)$:

Se cumple:

$$m_L = -\frac{a^2 x_0}{b^2 y_0}$$

$$L: \frac{x_0 x}{b^2} + \frac{y_0 y}{a^2} = 1$$





APLICACIÓN 14

Dada la ecuación de la elipse: $9x^2 + 4y^2 = 36$,
calcule el valor de m para que la recta $y = 4x + m$, sea tangente a dicha elipse

- A) $\sqrt{23}$ B) $\sqrt{37}$ C) $\sqrt{53}$ D) $\sqrt{73}$ E) $\sqrt{87}$

CLAVE: D

**APLICACIÓN 15**

Dada la elipse $\mathcal{E}: 4x^2 + 9y^2 = 72$ y el segmento $\overline{AB}$ ($A(3; 6)$, $B(0; 8)$). ¿Cuál es el punto de la elipse que unido a $\overline{AB}$ determina un triángulo cuya área es mínima?

- A) (2; 3)
- B) (3; 2)
- C) (2; 4)
- D) (4; 2)
- E) (3; 4)

CLAVE: B

IX. PROPIEDADES EN UNA ELIPSE

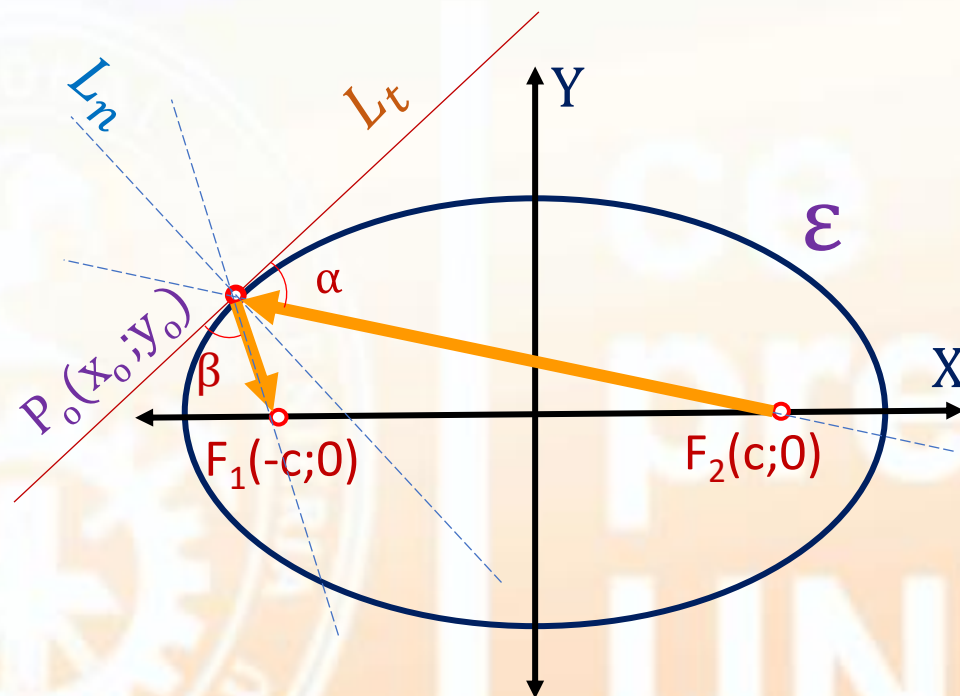
IX.1 Rayo incidente y rayo reflejado

El rayo incidente F_2P_0 y el rayo reflejado P_0F_1 hacen un mismo ángulo con la recta tangente L_T (o también con la recta normal L_N) en el punto $P_0(x_0; y_0)$ de la elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

En la figura:

$$\therefore \alpha = \beta$$



En la elipse mostrada:

Ld_1 :directriz asociada a F_1

Notemos que:

$$\text{i) } \frac{h}{e} = \frac{m}{e} + m \cos(\theta)$$

$$h = m(1 + e \cos(\theta)) \dots (1)$$

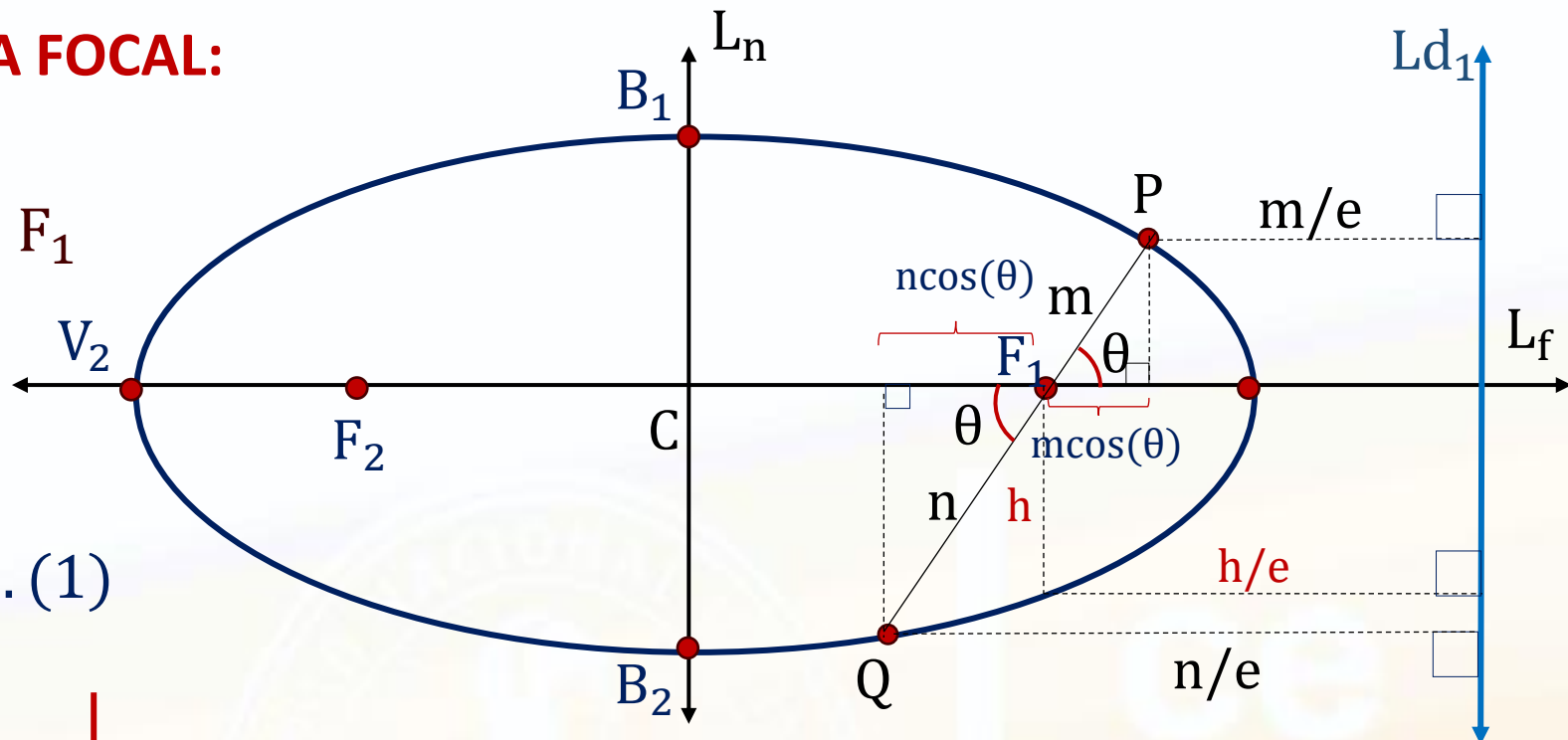
$$\text{ii) } \frac{h}{e} = \frac{n}{e} - n \cos(\theta)$$

$$h = n(1 - e \cos(\theta)) \dots (2)$$

Notemos que:

$$\frac{h}{m} + \frac{h}{n} = 2$$

$$\therefore \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{2}{h} = \frac{4}{LR}$$



También:

$$\frac{h}{1 + e\cos(\theta)} + \frac{h}{1 - e\cos(\theta)} = m + n = PQ$$

$$\frac{2h}{1 - e^2 \cos^2(\theta)} = PQ$$

$$\therefore PQ = \frac{LR}{1 - e^2 \cos^2(\theta)}$$



APLICACIÓN 14

Calcule la medida del ángulo que debe formar la cuerda focal de la elipse: $x^2 + 3y^2 = 36$, con su eje focal; si su longitud debe ser igual al doble de la longitud de su lado recto.

A) 15°

B) 30°

C) 37°

D) 53°

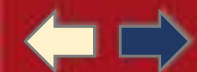
E) 60°

CLAVE: B



PROBLEMAS RESUELTOS



**PROBLEMA 01**

Determine la ecuación de una elipse que pasa por el punto $P(2; -2)$, uno de sus focos es $F(4; -1)$ y su directriz correspondiente es la recta $x - 7 = 0$.

- A) $4x^2 + 5y^2 - 24x + 8y + 36 = 0$
- B) $4x^2 + 5y^2 - 26x + 10y + 36 = 0$
- C) $5x^2 + 4y^2 - 24x + 8y + 24 = 0$
- D) $5x^2 + 4y^2 - 26x + 10y + 24 = 0$
- E) $3x^2 + 4y^2 + 18x - 24y + 16 = 0$

CLAVE: B

PROBLEMA 02

Dada la elipse $\mathcal{E}: 3x^2 + 4y^2 = 48$, determine la ecuación de la recta, de pendiente positiva, que contiene a la cuerda focal que mide 7 u.

- A) $\sqrt{3}x - 2y - 2\sqrt{3} = 0$
- B) $2x - \sqrt{3}y - 2\sqrt{3} = 0$
- C) $2\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$
- D) $x - 2\sqrt{3}y - \sqrt{3} = 0$
- E) $x - \sqrt{3}y - \sqrt{3} = 0$

CLAVE: A

**PROBLEMA 03**

Determine la ecuación de la elipse es $e = 1/3$, centro $(1; 2)$, foco $(x_0; 2)$ y su distancia entre las rectas directrices es 18 u.

A) $\frac{(x-1)^2}{12} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

B) $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

C) $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{8} = 1$

D) $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

E) $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{3} = 1$

CLAVE: C

**PROBLEMA 04**

Dada la elipse $\mathcal{E}$: $9x^2 + 25y^2 = 225$, en la que V_1 es uno de los extremos de su eje mayor, B_1 es uno de los extremos de su eje menor y M es el punto medio de $\overline{OV_1}$. Calcule $\tan(\theta)$, si θ es el ángulo MB_1F_1 , siendo F_1 el foco relativo a V_1 y O el origen del sistema cartesiano.

A) $\frac{6}{19}$

B) $\frac{3}{38}$

C) $\frac{9}{38}$

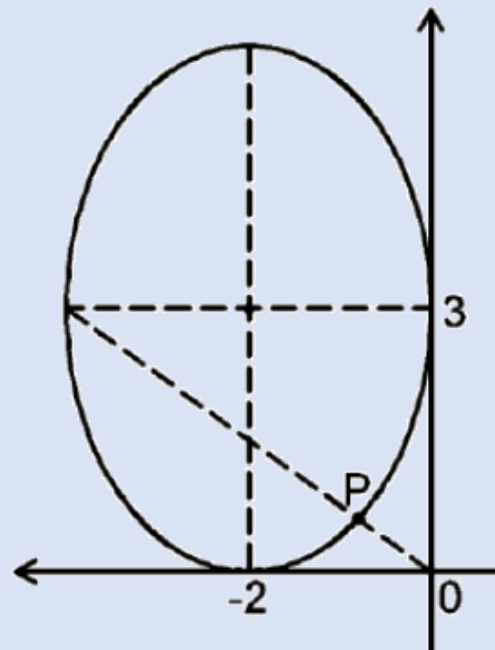
D) $\frac{13}{38}$

E) $\frac{13}{19}$

CLAVE: C

PROBLEMA 05 – UNI 2018-1

Halle las coordenadas del punto P que pertenece a la elipse de la figura:



- A) $\left(-\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$ B) $\left(-\frac{4}{5}; \frac{3}{4}\right)$ C) $\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$
D) $\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{5}\right)$ E) $\left(-\frac{3}{4}; \frac{4}{5}\right)$

CLAVE: A

**PROBLEMA 06 – UNI 2020-1**

Se desea construir un túnel en una montaña entre dos pueblos en Huancayo, que tenga como sección transversal un arco semielíptico, con eje mayor de 15 metros y una altura en el centro de 3 metros. Encuentre la ecuación canónica de la elipse sobre la que descansa la sección transversal del túnel.

A) $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{9} = 1$

B) $\frac{x^2}{56,25} + \frac{y^2}{2,25} = 1$

C) $\frac{x^2}{56,25} + \frac{y^2}{9} = 1$

D) $\frac{x^2}{900} + \frac{y^2}{36} = 1$

E) $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{6} = 1$

CLAVE: C



PROBLEMA 07

La parte superior de la entrada de un túnel tiene forma semielíptica con 10m de ancho. Si su altura en el centro es de 10m y la de sus paredes laterales 6m. Calcule la altura del túnel a 2m de una de las paredes laterales (en m).

- A) 9,1 B) 9,2 C) 9,3 D) 9,4 E) 9,5

CLAVE: B

PROBLEMA 08

Determine las ecuaciones de las rectas tangentes a la elipse

$\varepsilon: 3x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ y que son perpendiculares a la recta $L: x + y - 5 = 0$.

A) $x - y - 1 = 0$ o $3x - 3y + 13 = 0$ B) $x - y + 2 = 0$ o $3x - 3y - 13 = 0$

C) $x + y - 2 = 0$ o $3x + 3y - 13 = 0$ D) $x - y + 2 = 0$ o $3x - 3y + 13 = 0$

CLAVE: A

PROBLEMA 09

La trayectoria elíptica de un satélite tiene como ecuación $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

Calcule la tangente del ángulo en posición normal generado por el satélite al trasladarse sobre la elipse desde el punto $A(3; 0)$ hasta el punto B de abscisa $x = -2$

A) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

B) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

C) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

D) $-\frac{\sqrt{5}}{4}$

E) $-\sqrt{5}$

CLAVE: C

**PROBLEMA 10**

Determine en la elipse cuya ecuación es: $4x^2 + 9y^2 = 36$, la ecuación de la recta que contiene al diámetro que biseca a una cuerda focal de pendiente 2.

A) $2x + 9y = 0$

B) $4x + 5y = 0$

C) $2x - 9y = 0$

D) $x - 9y = 0$

E) $4x + 6y = 0$

CLAVE: A

**PROBLEMA 11**

Sea la elipse

$$\mathcal{E}: 4x^2 + y^2 + 16x - 6y + 9 = 0$$

que es concéntrica a una circunferencia de igual área. Determine la ecuación de la circunferencia.

A) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 5 = 0$

B) $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 5 = 0$

C) $x^2 + y^2 + 16x - 6y - 10 = 0$

D) $x^2 + y^2 + 16x + 6y - 10 = 0$

E) $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 12 = 0$

CLAVE: A



ce
pre
UNI

Trigonometría

44



ce
pre
UNI